

מתמטיקה

4 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — סדרות, טריגונומטריה במרחב

פרק שני — גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה — $33\frac{1}{3} \times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה.

שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 1-2.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

סדרות

1. הסדרה a_n מוגדרת באופן הזה: $a_1 = 0$, $a_{n+1} = a_n + 3$.

הסדרה b_n מוגדרת על ידי הכלל: $b_n = a_n + a_{n+1}$.

א. הוכח: (1) $b_n = 2a_n + 3$.

(2) הוכח שהסדרה b_n היא סדרה חשבונית, ומצא את ההפרש שלה ואת b_1 .

נתון: $b_1 + b_m = 120$.

ב. (1) חשב את m .

(2) חשב את הסכום: $b_{m+1} + b_{m+2} + \dots + b_{2m}$.

(סכום האיברים בסדרה b_n החל מהאיבר b_{m+1} ועד האיבר b_{2m} , כולל).

טריגונומטריה במרחב

2. ABCDE היא פירמידה ישרה שבסיסה הוא ריבוע, כמתואר בציור.

נתון: EM הוא גובה של הפירמידה, והוא שווה באורכו לאלכסון הבסיס.

נסמן: $AB = a$.

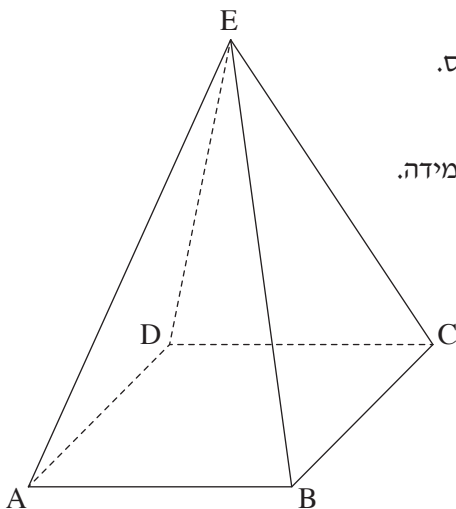
א. חשב את גודל הזווית בין מקצוע צדדי בפירמידה ובין בסיס הפירמידה.

EK הוא גובה בפאה צדדית של הפירמידה.

ב. חשב את גודל הזווית בין EK ובין בסיס הפירמידה.

ג. נתון: שטח המעטפת של הפירמידה הוא 36.75 סמ"ר.

חשב את a .



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 3-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. הפונקציה $f'(x) = 2 \sin 2x$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$.

ענה על הסעיפים א-ה בעבור התחום $0 \leq x \leq \pi$.

א. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון, וקבע את סוגן.

גרף הפונקציה $f(x)$ עובר בנקודה $(0, -2)$.

ב. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x = \pi$, על ידי ציר ה- y ועל ידי ציר ה- x .

4. נתונה הפונקציה $f(x) = ae^x - 9e^{-x}$. a הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = \ln 3$ הוא 6.

ב. מצא את a . פרט את חישוביך.

הצב $a = 1$ וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הצירים.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2x}{\ln(x) - 2}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את הצירים? אם כן, מצא את נקודות החיתוך. אם לא, נמק.

(2) לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית אחת. מצא את משוואתה.

(3) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

(4) מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$?

(5) חשב את $f(0.1)$ וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g'(x) = f(x)$.

ג. מהו תחום העלייה של הפונקציה $g(x)$?

בהצלחה!